

EPREUVE DE MATHEMATIQUES 2013

Exercice 1

Pour les besoins de ces services, une société achète 10 véhicules de types T1, 3 de type T2 et 7 de type T3 ; soit au total 20 véhicules. Au cours de la livraison, 3 véhicules sont accidentés. On suppose que tous les véhicules ont la même probabilité d'être accidentés.

1. Donner la probabilité pour que les 3 véhicules soient de même types.
2. Considérons X la variable aléatoire égale au nombre de véhicules de type T1 accidentés.
 - a) Etablir la loi de probabilité de X .
 - b) Calculer $E(X)$ l'espérance mathématique de la variable aléatoire X .

NB. Tous vos résultats doivent être donnés impérativement sous forme de fraction irréductible.

Exercice 2

On considère deux variables aléatoires indépendantes X et Y ; X prend les valeurs 0, 1, 2 avec comme probabilité respectives $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}$; Y prend les valeurs 1, 2, 3 avec les probabilités respectives $\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{1}{6}$.

1. Calculer les espérances mathématiques $E(X)$ et $E(Y)$.
2. Trouver la loi de probabilité de $Z = X + Y$.
3. Calculer l'espérance mathématique de Z .

Exercice 3 :

Soient X et Y deux variables et soit r leur coefficient de corrélation. Soient a, b, c, d réels non nuls.

Calculer le coefficient de corrélation des variables $U = aX + b$ et $V = cY + d$.

Quelle conclusion peut-on tirer des résultats de ce calcul ?

Exercice 4

On désigne par (U_n) la suite telle que $U_0 = 1$ pour tout $n \in \mathbb{N}$. La suite donnée dans la suite est périodique, calculer les valeurs sur un cycle.

$$U_{n+1} = \cos\left(n\frac{\pi}{4}\right)U_n$$

Exercice 5

1.
 - a) Déterminer le module et un argument de $z = \frac{\sqrt{3}+i}{1-i}$ puis sa partie réelle et sa partie imaginaire.
 - b) En déduire la valeur exacte de $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ et de $\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)$.
2.
 - a) Déterminer un entier n ($0 < n \leq 24$) tel que z^n soit réel.
 - b) Déterminer un entier m ($0 < m \leq 24$) tel que z^m soit imaginaire pur.